Solucionari: Fraccions, Potències i Equacions

Curs 2026–2027 · Docent: Rubén Pineda · Grup: 4t d'ESO PDC · Puntuació total: 10 punts

Criteris de correcció. Es valora el plantejament, els passos intermedis i la interpretació del resultat en els problemes contextualitzats. En l'equació de segon grau aplicada a l'hort escolar, cal descartar raonadament el valor negatiu i indicar les unitats en metres (m).

1 Fraccions: operacions i aplicació pràctica — 2,5 punts

1A · SENSE ENUNCIAT (CÀLCUL DIRECTE) · 1,25 P

a) (0,50 p) $\text{m.c.m.}(8,12)=24$:

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{9}{24}+\frac{10}{24}=\boxed{\frac{19}{24}}$$

b) (0,75 p) Primer parèntesi, després producte i resta:

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=\frac{10}{12}-\frac{3}{12}=\boxed{\frac{7}{12}}$$

1B · ENUNCIAT DE LA VIDA REAL · 1,25 P

a) Fracció gastada (0,60 p): $\text{m.c.m.}(5,3)=15$

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\boxed{\frac{11}{15}}$$

b) Euros disponibles per al dinar (0,65 p):
Queda lliure $1-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$ del pressupost:

$$\text{Autocar: }\frac{2}{5}\cdot 240=96\,€\quad;\quad\text{Entrades: }\frac{1}{3}\cdot 240=80\,€$$

$$\text{Restant: }240-(96+80)=240-176=\boxed{64}\,€$$

2 Potències: propietats i creixement multiplicatiu — 2,5 punts

2A · SENSE ENUNCIAT (FÓRMULA DIRECTA) · 1,25 P

a) (0,50 p) Suma d'exponents al numerador i resta al quocient:

$$\frac{2^5\cdot 2^4}{2^6}=\frac{2^{5+4}}{2^6}=\frac{2^9}{2^6}=2^{9-6}=\boxed{2^3}=\boxed{8}$$

b) (0,75 p) Potència d'una potència, producte i quocient:

$$\frac{3^4\cdot(3^2)^3}{3^8}=\frac{3^4\cdot 3^6}{3^8}=\frac{3^{10}}{3^8}=3^{10-8}=\boxed{3^2}=\boxed{9}$$

2B · ENUNCIAT DE LA VIDA REAL · 1,25 P

a) Alumnes que reben l'avís al minut 4 (0,60 p):

$$3^4=3\cdot 3\cdot 3\cdot 3=\boxed{81}\text{ alumnes}$$

b) Espai total a la memòria USB (0,65 p):
Multipliquem el nombre de vídeos pel pes de cadascun:

$$2^3\cdot 2^7=2^{3+7}=\boxed{2^{10}}\,\text{MB}=\boxed{1024}\,\text{MB}$$

3 Equacions lineals (de primer grau) — 2,5 punts

3A · SENSE ENUNCIAT (EQUACIÓ DIRECTA) · 1,25 P

a) (0,50 p) $5x - 7 = 2x + 8$

$$5x - 2x = 8 + 7 \implies 3x = 15 \implies x = \frac{15}{3} \implies \mathbf{x = 5}$$

Comprovació: $5(5) - 7 = 18$ i $2(5) + 8 = 18$.

b) (0,75 p) $3(x - 2) + 5 = x + 11$

$$3x - 6 + 5 = x + 11 \implies 3x - 1 = x + 11$$

$$3x - x = 11 + 1 \implies 2x = 12 \implies x = \frac{12}{2} \implies \mathbf{x = 6}$$

Comprovació: $3(6 - 2) + 5 = 17$ i $6 + 11 = 17$.

3B · ENUNCIAT DE LA VIDA REAL · 1,25 P

a) Plantejament de l'equació lineal (0,50 p):
Quota fixa (15 €) més 20 € per x mesos igual a 135 €:

$$\mathbf{20x + 15 = 135}$$

b) Resolució i resposta (0,75 p):

$$20x = 135 - 15 \implies 20x = 120 \implies x = \frac{120}{20} = \mathbf{6}\ \text{mesos}$$

Comprovació: $20 \cdot 6 + 15 = 120 + 15 = 135$ €.

4 Equacions de segon grau — 2,5 punts

4A · SENSE ENUNCIAT (FÓRMULA DIRECTA) · 1,25 P

a) (0,60 p) $x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (a = 1,\ b = -5,\ c = 6)$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\mathbf{x_1 = 3}, \qquad \mathbf{x_2 = 2}$$

b) (0,65 p) $x^2 - 2x - 8 = 0 \quad (a = 1,\ b = -2,\ c = -8)$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

$$\mathbf{x_1 = 4}, \qquad \mathbf{x_2 = -2}$$

4B · ENUNCIAT DE LA VIDA REAL · 1,25 P

Equació de l'hort: $x^2 + 3x - 28 = 0 \quad (a = 1,\ b = 3,\ c = -28)$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 112}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-3 \pm 11}{2} \implies x_1 = \mathbf{4}\ \text{m}, \quad x_2 = -7\ (\text{no vàlid})$$

Dimensions reals de l'hort:
- Amplada: $x = \mathbf{4}$ m
- Llargada: $x + 3 = 4 + 3 = \mathbf{7}$ m $\quad (4\ \text{m} \cdot 7\ \text{m} = 28\ \text{m}^2)$.