Guia Docent: Repàs d'Examen (Fraccions, Potències i Radicals)

⏱️ 60 minuts (càlcul simbòlic exacte sense calculadora)

1. OBJECTIUS DE LA SESSIÓ I CONTINUÏTAT PEDAGÒGICA

Hipòtesi i continuïtat: Integra tots els materials de la Unitat 1 de 4t d'ESO Acadèmic disponibles al portal (Repàs de racionals i castells de fraccions, Practiquem 2 de potències, Teoria i pràctica d'arrels i el Simulacre d'examen).

- Resoldre operacions combinades i castells de fraccions simplificant factors abans de multiplicar.
- Simplificar fraccions algebraiques de potències factoritzant bases compostes en nombres primers i controlant signes i exponents negatius.
- Operar amb radicals semblants prèvia extracció de factors, desenvolupar identitats notables amb arrels i racionalitzar (simple i conjugat).
- Resoldre expressions integrades de nivell d'examen que combinen fraccions, potències d'exponent negatiu i radicals.

2. PLANIFICACIÓ TEMPORAL DE LA SESSIÓ

Temps	Pantalla Web	Activitat Docent i d'Aula
00–05 min	Pantalla 1	Mapa de la prova escrita i pregunta inicial sobre $(-3)^2, -3^2, 3^{-2}$ i $\sqrt{9+16}$.
05–15 min	Pantalla 2	Castells de fraccions, lleis de potències i Exemple Resolt 1 amb bases compostes.
15–25 min	Pantalla 3	Extracció de factors, identitats notables, racionalització + Laboratori simbòlic.
25–40 min	Pantalla 4	Pràctica guiada de consolidació: Exercicis 1, 2, 3 i 4.
40–55 min	Pantalla 5	Reptes integrats de nivell d'examen: Exercicis 5, 6, 7 i 8.
55–60 min	Pantalla 6	Síntesi d'errors algebraics penalitzats i tiquet de sortida.

3. SEQÜÈNCIA DE PANTALLES I EXPLICACIONS DEL PROFESSOR

Pantalla 1 (Mapa i Estratègia): Aclarir la diferència entre $(-3)^2 = 9$, $-3^2 = -9$ i $3^{-2} = \frac{1}{9}$, i remarcar que l'arrel no és distributiva respecte de la suma ($\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$).

Pantalla 2 (Fraccions i Potències): Desglossar l'Exemple Resolt 1: $\frac{6^3 \cdot 9^{-1} \cdot (-2)^4}{12^2 \cdot 3^{-2}} = 2^3 \cdot 3 = 24$. Subratllar que mai no s'apliquen propietats de potències sense passar abans a bases primeres $(2, 3, 5)$.

Pantalla 3 (Arrels i Racionalització): Explicar l'Exemple Resolt 2: $2\sqrt{50} - \sqrt{18} + \frac{12}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$. Projectar els 3 casos del laboratori interactiu.

Pantalla 4 (Pràctica Guiada Ex. 1–4): Supervisar la simplificació intermèdia a l'Ex. 1 i Ex. 2 i la factorització prima a l'Ex. 3 i Ex. 4.

Pantalla 5 (Reptes Nivell Examen Ex. 5–8): Fer que l'alumnat treballi individualment. A l'Ex. 8, guiar l'ordre: 1r potència negativa, 2n resta dins l'arrel, 3r castell de fraccions.

Pantalla 6 (Errors Crítics i Sortida): Revisar els 4 errors crítics i demanar el resum d'estratègia al tiquet de sortida.

Exercicis Proposats (Ex. 1 a Ex. 8), Solucions i Diagnosi d'Errors

Sincronitzat 1:1 amb el Web

01 · Exercici 1 (Guiat · Fraccions i jerarquia)

Enunciat: $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{2}\right)$

Solució detallada: Parèntesi: $\frac{7-2}{4} = \frac{5}{4}$. Producte: $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$. Resta: $\frac{5}{6} - \frac{5}{6} = \mathbf{0}$.

02 · Exercici 2 (Guiat · Castell i exponent negatiu)

Enunciat: $\frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}-\frac{1}{2}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

Solució detallada: Castell: $\frac{2/3}{2/6} = \frac{2/3}{1/3} = \mathbf{2}$. Potència negativa: $\frac{3}{2}$. Suma: $2 + \frac{3}{2} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$.

03 · Exercici 3 (Guiat · Bases compostes)

Enunciat: $\frac{4^3 \cdot 15^2}{6^2 \cdot 10^2}$

Solució detallada: $\frac{(2^2)^3 \cdot (3 \cdot 5)^2}{(2 \cdot 3)^2 \cdot (2 \cdot 5)^2} = \frac{2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2^{\mathbf{2}} = \mathbf{4}$.

04 · Exercici 4 (Guiat · Radicals semblants)

Enunciat: $3\sqrt{12} + \sqrt{75} - 2\sqrt{27}$

Solució detallada:
$3(2\sqrt{3}) + 5\sqrt{3} - 2(3\sqrt{3}) = (6 + 5 - 6)\sqrt{3} = \mathbf{5}\sqrt{\mathbf{3}}$ $(k = \mathbf{5}, r = \mathbf{3})$.

05 · Exercici 5 (Examen · Potències i signes)

Enunciat: $\frac{(-3)^3 \cdot 18^2 \cdot 2^{-1}}{(-9)^2 \cdot (-3)}$

Solució detallada: Signe $(-)/(-) = (+)$. Mòdul: $\frac{3^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^{-1}}{3^4 \cdot 3^1} = \frac{2^1 \cdot 3^7}{3^5} = 2 \cdot 3^{\mathbf{2}} = \mathbf{18}$.

06 · Exercici 6 (Examen · Identitats notables)

Enunciat: $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$

Solució detallada: Suma dels dos quadrats: $(7 + 2\sqrt{10}) + (7 - 2\sqrt{10}) = \mathbf{14}$. Diferència de quadrats: $5 - 1 = 4$. Total: $14 - 4 = \mathbf{10}$.

07 · Exercici 7 (Examen · Racionalització)

Enunciat: $\frac{6}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{2}}$

Solució detallada: Primera fracció: $\frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$. Segona: $\frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$. Resta: $\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{5}}$ $(k = \mathbf{2}, r = \mathbf{5})$.

08 · Exercici 8 (Examen · Operació combinada)

Enunciat: $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + \sqrt{\frac{25}{9} - 1} \cdot \frac{\sqrt{81}}{2} - \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$

Solució detallada: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$; arrel $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$; producte $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{2} = 6$; castell $\frac{1/2}{3/4} = \frac{2}{3}$. Total: $\frac{4+54-6}{9} = \frac{\mathbf{52}}{\mathbf{9}}$.

5. ERRORS HABITUALS A DETECTAR

- Separar l'arrel d'una suma o resta ($\sqrt{\frac{25}{9} - 1} \neq \frac{5}{3} - 1$; cal fer $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$).
- Oblidar el doble producte $\pm 2\sqrt{ab}$ en desenvolupar $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2$.
- Canviar el signe de la base quan s'inverteix una fracció amb exponent negatiu.
- No simplificar el factor exterior després de racionalitzar amb el conjugat.

6. PREGUNTES PER ESTIMULAR LA PARTICIPACIÓ

- «Per què en un producte de fraccions és molt millor simplificar abans de multiplicar que al final?»
- «Quin signe té $(-3)^3$ i quin signe té $(-9)^2$? Com determinem el signe de tota la fracció abans d'operar exponents?»
- «Per què multipliquem per $(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ quan al denominador tenim $(\sqrt{5} - \sqrt{2})$?»